

Bac national 2008-2016 : nombre complexe

www.oet1.com

Session normal 2008

1- résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E): $z^2 - 6z + 34 = 0$

2- Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$

On considère les points A ; B et C d'affixes respectives $a = 3 + 5i$; $b = 3 - 5i$ et $c = 7 + 3i$

Soit z l'affixe du point $M(z)$ et z' l'affixe du point $M'(z')$ image de $M(z)$ par la translation t de vecteur \vec{u} d'affixe $z_0 = 4 - 2i$

a- montrer que $\forall z \in \mathbb{C} : z' = z + 4 - 2i$ puis déduire que C est l'image de A par t

b- montrer que $\frac{b-c}{a-c} = 2i$

c- déduire que le triangle ABC est rectangle et que $BC = 2AC$

Session normal 2009

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) ; on

considère les points A ; B et C d'affixes respectives $z_A = 2 - 2i$; $b = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ et $z_C = 1 - \sqrt{3} + (1 + \sqrt{3})i$

1- déterminer la forme trigonométrique des nombres a et b

2- soit R la rotation de centre O et d'angle $\frac{5\pi}{6}$

a- Soit z l'affixe du point $M(z)$ et z' l'affixe du point $M'(z')$ image de $M(z)$ par la rotation R montrer que $z' = bz$

b- vérifier que point C est l'image du point A par la rotation R

3- montrer que $\arg c \equiv \arg a + \arg b [2\pi]$ puis déduire un argument de c

Session de rattrapage 2009

1- résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E): $z^2 - 6z + 25 = 0$

2- Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v})

On considère les points A ; B et C d'affixes respectives $a=3+4i$; $b=3-4i$
 et $c=2+3i$ et $d=5+6i$

a-calculer $\frac{d-c}{a-c}$ puis déduire que les points A ; B et C sont alignés

b- montrer que $p=3+8i$ est l'affixe du point P image du point A par l'homothétie h de centre B et de rapport $\frac{3}{2}$

c-écrire sous la forme trigonométrique le nombre complexe $\frac{d-p}{a-p}$ puis

déduire que $\frac{\pi}{4}$ est la mesure de l'angle $(\overrightarrow{PA}; \overrightarrow{PD})$ et que $PA = \sqrt{2}PD$

Session de rattrapage 2010

1- résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E): $z^2 - 8\sqrt{3}z + 64 = 0$

2-Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé (o, \vec{u}, \vec{v})

On considère les points A ; B et C d'affixes respectives $a=8i$;

$b=4\sqrt{3}-4i$ et $c=2(4\sqrt{3}+4i)$

Soit R la rotation de centre O et d'angle $\frac{4\pi}{3}$

a- Soit z l'affixe du point M(z) et z' l'affixe du point M'(z') image de M(z)

par la rotation R montrer que $z' = \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z$

b-vérifier que point B est l'image du point A par la rotation R

c-montrer que $\frac{a-b}{c-b} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

puis écrire sous la forme trigonométrique $\frac{a-b}{c-b}$

d-déduire que triangle ABC est équilatéral

Session normal 2011

1- résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E): $z^2 - 18z + 82 = 0$

2-Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé (o, \vec{u}, \vec{v})

On considère les points A ; B et C d'affixes respectives $a=9+i$; $b=9-i$

et $c=11-i$

a-montrer que $\frac{c-b}{a-b} = -i$

Puis déduire que le triangle ABC est isocèle rectangle en B

b-donner la forme trigonométrique du nombre complexe $4(1-i)$

c-montrer que $(c-a)(c-b)=4(1-i)$ puis déduire que $AC \times BC = 4\sqrt{2}$

d-soit R la rotation de centre B et d'angle $\frac{3\pi}{2}$

a- Soit z l'affixe du point M(z) et z' l'affixe du point M'(z') image de M(z) par la rotation R montrer que $z' = -iz + 10 + 8i$

Puis vérifier que l'affixe du point C' l'image du point C par la rotation R est $9-3i$

Sesión normal 2012

1- résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E): $z^2 - 12z + 61 = 0$

2-Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé $(o, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$

On considère les points A ; B et C d'affixes respectives $a = 6 - 5i$; $b = 4 - 2i$ et $c = 2 + i$

a-calculer $\frac{a-c}{b-c}$ puis déduire que les points A ; B et C sont alignés

b-on considère la translation T de vecteur \vec{u} d'affixe $1+5i$

Vérifier que l'affixe du point D image du point C par la translation T est $d = 3 + 6i$

c-montrer que $\frac{d-c}{b-c} = -1+i$ et que $\frac{3\pi}{4}$ est un argument de $-1+i$

d-déduire une mesure de l'angle $(\vec{CB}; \vec{CD})$

Sesión normal 2013

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé (o, \vec{u}, \vec{v})

On considère les points A ; B et C d'affixes respectives $a = 7 + 2i$; $b = 4 + 8i$ et $c = -2 + 5i$

1-a-vérifier que $(1+i)(-3+6i) = -9+3i$ et montrer que $\frac{c-a}{b-a} = 1+i$

b-déduire que $AC = AB\sqrt{2}$ et donner une mesure de l'angle $(\vec{AB}; \vec{AC})$

2-on considère la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{2}$

a-montrer que l'affixe du point D image du point A par la translation R est $d = 10 + 11i$

b-calculer $\frac{d-c}{b-c}$ puis déduire que les points B ; C et D sont alignés

Session normal 2014

1- résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E): $z^2 - z\sqrt{2} + 2 = 0$

2- on considère le nombre complexe $u = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{6}}{2}$

a- montrer que le module de u est $\sqrt{2}$ et que $\arg u \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$

b- on utilisant la forme trigonométrique de u montrer que u^6 est un réel

3- Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$

On considère les points A et B d'affixes respectives $a = 4 - 4i\sqrt{3}$ et $b = 8$

et R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$

a- Soit z l'affixe du point $M(z)$ et z' l'affixe du point $M'(z')$ image de $M(z)$ par la rotation R donner l'expression de z' en fonction de z

b- vérifier que B est l'image de A par la rotation R puis déduire que le triangle OAB est équilatéral

Session normal 1-2015

Partie 1 soit a un nombre complexe tel que $a = 2 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}$

1- Montrer que le module de a est $2\sqrt{2 + \sqrt{2}}$

2- vérifier que $a = 2(1 + \cos \frac{\pi}{4}) + 2i \sin \frac{\pi}{4}$

3- a- par la linéarisation de $\cos^2 \theta$ tel θ est un réel ; montrer que $1 + \cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta$

b- montrer que $a = 4 \cos^2 \frac{\pi}{8} + 4i \cos \frac{\pi}{8} \sin \frac{\pi}{8}$ (on rappelle que $\sin 2\theta = 2 \cos \theta \sin \theta$)

c- montrer que $4 \cos \frac{\pi}{8} (\cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8})$ est la forme trigonométrique de a

puis montrer que $a^4 = \left(2\sqrt{2 + \sqrt{2}}\right)^4 i$

partie2 -Dans le plan complexe rapporte au repère orthonormé $(o, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$

On considère les points Ω et A d'affixes respectives $\omega = \sqrt{2}$ et

$$a = 2 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}$$

et R la rotation de centre Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$

1-Montrer que b l'affixe du point l'image de A par la rotation R est $2i$

2-determiner l'ensemble des points M d'affixe z tel que $|z - 2i| = 2$

Session normal 2-2015

1- résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E): $z^2 + 10z + 26 = 0$

2-Dans le plan complexe rapporte au repère orthonormé (o, \vec{u}, \vec{v})

On considère les points A ; B ; C et Ω d'affixes respectives $a = -2 + 2i$;

$$b = -5 + i ; c = -5 - i \text{ et } \omega = -3$$

a-montrer que $\frac{b - \omega}{a - \omega} = i$

b-déduire la nature du triangle ΩAB

3- soit le point D image de C par la translation T de vecteur \vec{u} tel que

$$\text{aff}(\vec{u}) = 6 + 4i$$

a- montrer que d l'affixe du point D est $d = 1 + 3i$

b-montrer que $\frac{b - d}{a - d} = 2$ puis déduire que le point A est milieu du segment $[BD]$

Session de rattrapage -2015

1-a- résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E): $z^2 - 8z + 32 = 0$

b-soit le nombre complexe a tel que $a = 4 + 4i$

Écrire le nombre a sous la forme trigonométrique puis déduire que a^{12} est un réel négatif

2-Dans le plan complexe rapporte au repère orthonormé (o, \vec{u}, \vec{v})

On considère les points A ; B et C d'affixes respectives $a = 4 + 4i$;

$$b = 2 + 3i \text{ et } c = 3 + 4i$$

Soit R la rotation de centre C et d'angle $\frac{\pi}{2}$

Soit z l'affixe du point $M(z)$ et z' l'affixe du point $M'(z')$ image de $M(z)$ par la rotation R

a- montrer que $z' = iz + 7 + i$

b- vérifier que d l'affixe du point D l'image du point A par la rotation R est $d = 3 + 5i$

c- montrer que l'ensemble des points M d'affixe z tel que $|z - 3 - 5i| = |z - 4 - 4i|$ est la droite (BC)

Sesión normal -2016

1- résoudre dans \mathbb{C} l'équation $(E): z^2 - 4z + 29 = 0$

2- Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé $(o, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$

On considère les points A ; B et Ω d'affixes respectives $a = 5 + 2i$; $b = 5 + 8i$ et $\omega = 2 + 5i$

a- soit le nombre complexe $u = b - \omega$

Vérifier que $u = 3 + 3i$ puis démontrer que $\arg u \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$

b- déterminer l'argument du nombre complexe \bar{u} (\bar{u} est le conjugué de u)

c- vérifier que $\bar{u} = a - \omega$ puis déduire que $\Omega A = \Omega B$ et que

$$\arg\left(\frac{b - \omega}{a - \omega}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$$

d- on considère la rotation R de centre Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$

Déterminer l'image de A par la rotation R